年　　組　　番　氏名

9　線分ABがあります。線分AB上に点Cをとり、AC、CBをそれぞれ１辺とする正三角形PAC、QCBを、線分ABについて同じ側につくります。そして、点Aと点Q、点Bと点Pを結びます。ただし、点Cは点A、Bと重ならないものとします。

桃子さんは次の**図１**のように点Cをとり、健太さんは次の**図２**のように線分ABの中点に点Cをとりました。

図１

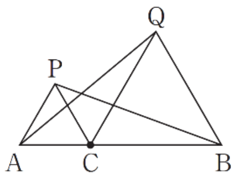
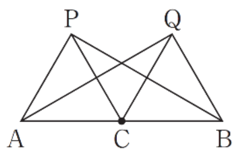
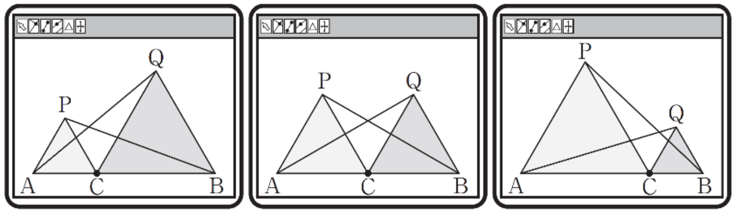


図２

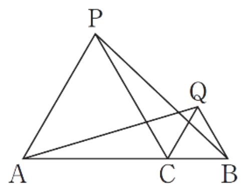


二人は**図１**と**図２**を観察し、線分や角についていえることがないか気になりました。そこで、コンピュータを使って点Cを動かしながら調べました。



（１）桃子さんは、コンピュータを使って調べたことから、点Cが線分AB上のどこにあっても、AQ＝PBになると予想しました。

桃子さんの予想したAQ＝PBがいつでも成り立つことは、△QAC≡△BPCを示すことで証明できます。AQ＝PBになることの**証明**を完成しなさい。



証明

△QACと△BPCにおいて、

合同な図形の対応する辺は等しいから、
AQ＝PB

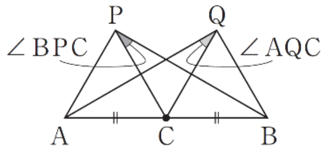
解答欄

△ＱＡＣと△ＢＰＣにおいて、

合同な図形の対応する辺は等しいから、
ＡＱ＝ＰＢ

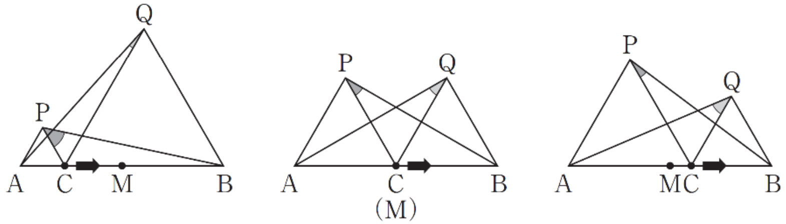
※　問題は、次のページに続きます。

（2）健太さんは、線分ABの中点に点Cをとった場合に∠AQCと∠BPCが等しく見えたことから、他の場合にはどうなるか気になりました。



そこで、次の**図３**のように、線分ABの中点をMとして、点Aから点Bの方向へ点Cを動かした場合に∠AQCと∠BPCの大きさがどうなるかを調べ、下のようにまとめました。

図３



調べたこと

○　点Cが点Aから点Bに近づくにつれて、∠AQCは大きくなり、∠BPCは小さくなる。
○　点Cが線分ABの中点のとき、∠AQCと∠BPCは等しく、どちらも30°である。

健太さんは、前ページの**調べたこと**から、∠AQCと∠BPCの和について何かいえることがないか考えています。

このとき、∠AQCと∠BPCの和について、次のことがいえます。

◎　点Cが点Aと中点Mの間にあるとき、∠AQCと∠BPCの和は $\boxed{\text{①}}$ 。
◎　点Cが中点Mと点Bの間にあるとき、∠AQCと∠BPCの和は $\boxed{\text{②}}$ 。

上の $\boxed{\text{①}}$ 、$\boxed{\text{②}}$ のそれぞれに当てはまるものを、下の**ア**から**エ**までの中から１つずつ選びなさい。

ア　60°より大きい

イ　60°より小さい

ウ　60°になる

エ　60°より大きいことも小さいこともある

解答欄

①	②

令和６年度　中学校　数学　**解答**

年　　組　　番　氏名

9 線分ABがあります。線分AB上に点Cをとり、AC、CBをそれぞれ１辺とする正三角形PAC、QCBを、線分ABについて同じ側につくります。そして、点Aと点Q、点Bと点Pを結びます。ただし、点Cは点A、Bと重ならないものとします。

桃子さんは次の**図１**のように点Cをとり、健太さんは次の**図２**のように線分ABの中点に点Cをとりました。

図１

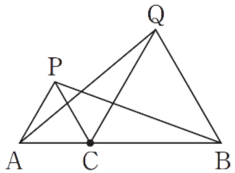
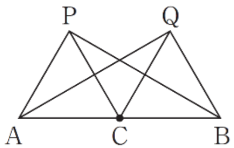
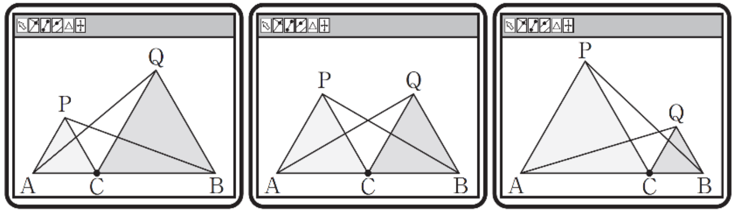


図２

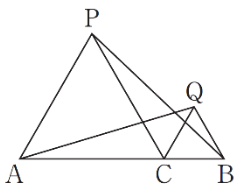


二人は図１と図２を観察し、線分や角についていえることがないか気になりました。そこで、コンピュータを使って点Cを動かしながら調べました。



（１）桃子さんは、コンピュータを使って調べたことから、点Cが線分AB上のどこにあっても、AQ＝PBになると予想しました。

桃子さんの予想したAQ＝PBがいつでも成り立つことは、△QAC≡△BPCを示すことで証明できます。AQ＝PBになることの**証明**を完成しなさい。



証明

△QACと△BPCにおいて、

合同な図形の対応する辺は等しいから、
AQ＝PB

解答欄

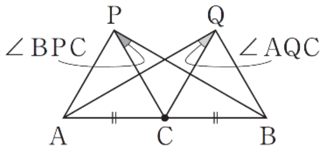
△ＱＡＣと△ＢＰＣにおいて、

（例）正三角形の辺はすべて等しいから、
ＡＣ＝ＰＣ　……①
ＣＱ＝ＣＢ　……②
正三角形の１つの内角は６０°より、
∠ＡＣＱ＝６０°＋∠ＰＣＱ
∠ＰＣＢ＝６０°＋∠ＰＣＱ
よって、∠ＡＣＱ＝∠ＰＣＢ　……③
①、②、③より、２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、
△ＱＡＣ≡△ＢＰＣ

合同な図形の対応する辺は等しいから、
ＡＱ＝ＰＢ

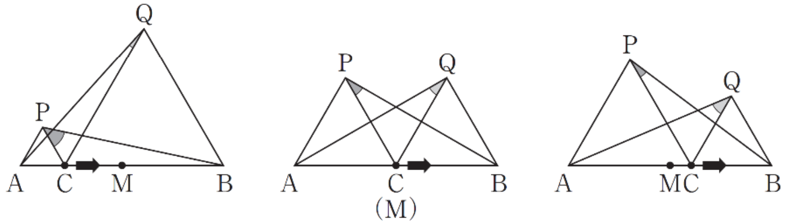
※　問題は、次のページに続きます。

（２）健太さんは、線分ABの中点に点Cをとった場合に∠AQCと∠BPCが等しく見えたことから、他の場合にはどうなるか気になりました。



そこで、次の**図３**のように、線分ABの中点をMとして、点Aから点Bの方向へ点Cを動かした場合に∠AQCと∠BPCの大きさがどうなるかを調べ、下のようにまとめました。

図３



調べたこと

○　点Cが点Aから点Bに近づくにつれて、∠AQCは大きくなり、∠BPCは小さくなる。
○　点Cが線分ABの中点のとき、∠AQCと∠BPCは等しく、どちらも30°である。

健太さんは、前ページの**調べたこと**から、∠AQCと∠BPCの和について何かいえることがないか考えています。

このとき、∠AQCと∠BPCの和について、次のことがいえます。

◎　点Cが点Aと中点Mの間にあるとき、∠AQCと∠BPCの和は $\boxed{①}$ 。
◎　点Cが中点Mと点Bの間にあるとき、∠AQCと∠BPCの和は $\boxed{②}$ 。

上の $\boxed{①}$ 、$\boxed{②}$ のそれぞれに当てはまるものを、下の**ア**から**エ**までの中から１つずつ選びなさい。

ア　60°より大きい

イ　60°より小さい

ウ　60°になる

エ　60°より大きいことも小さいこともある

解答欄

①　ウ	②　ウ