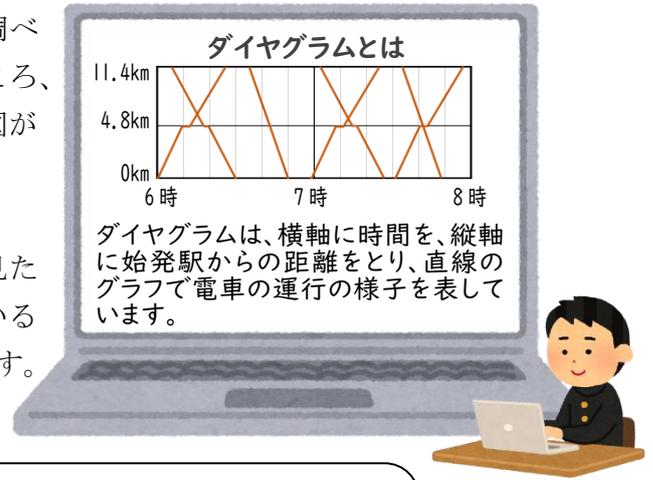


中学校 数学

年	組	番	氏名
---	---	---	----

電車に興味のある鉄男さんと道子さんが、地域調べのテーマを「電車」にして調査活動を行っていたところ、電車の運行の様子を表した「ダイヤグラム」という図があることを知りました。

インターネットで調べたダイヤグラムの説明を見た鉄男さんは、電車の運行の様子が直線で表されていることについて、その理由を次のようにまとめています。



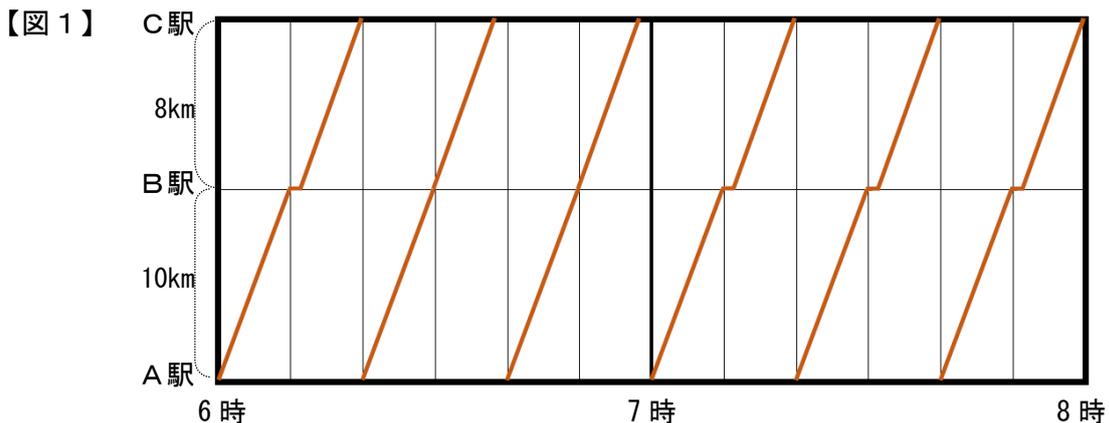
【鉄男さんの考え】

電車の運行の様子を直線で表した理由は、
「が一定である」と考えているからだと思います。

(1) 上の に当てはまる言葉として正しいものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

- ア 電車の出発時刻
- イ 電車の到着時刻
- ウ 電車の走行距離
- エ 電車の速さ

(2) 鉄男さんと道子さんは、【図1】の自分が住む地域の電車のダイヤグラムを見て、気付いたことを話しています。





鉄男さん

電車は、6時から一定の間隔でA駅を出発していることが分かります。



道子さん

A駅からB駅までは10kmで、かかる時間は10分です。B駅からC駅までは8kmで、かかる時間は8分です。B駅を通過する電車と、B駅で停車する電車があり、停車する場合は2分間停車しています。



鉄男さん

地域の中を電車が走っている様子を撮影したいから、A駅からC駅まで線路沿いの道を、撮影のために途中で何度か止まりながら自転車で走ろうと思います。
A駅を6時10分に出発してC駅に7時10分に到着し、そのまますぐにC駅で折り返して、8時にA駅に戻ってきます。この間、電車を撮影できる機会が何回あるかを考えたいです。



道子さん

線路沿いの道を走るということなので、電車と自転車の道のりは等しいものとして考えることにします。

自転車に乗った鉄男さんが、A駅を6時10分に出発してC駅まで向かって、7時10分にC駅に到着して、すぐに折り返して8時にA駅に戻ってくるまでの間に、電気に追い抜かれたりすれ違ったりする回数は合わせて何回ありますか。ただし、自転車の速さは電車の速さを超えないものとして考えます。

【図1】のダイヤグラムを使ってどのようにして求めたらよいか、求める方法を説明しましょう。また、回数を答えましょう。

- (3) 電車の横を新幹線が走っていることから、道子さんは、A駅からC駅に向かう新幹線が電車を追い抜くときの写真を撮って紹介しようと思いました。



鉄男さん

時刻表を見ると、新幹線は、6時から35分おきにA駅を出発していることが分かりました。6時発の新幹線は、A駅を出発したあとはB駅には止まらず、6時6分にC駅に到着します。そのあとの新幹線もすべて、A駅を出発してから6分後にC駅に到着しているようです。



道子さん

6時から8時の間に、どの地点で新幹線が電車を追い抜く様子を撮影することができか調べたいと思います。撮影地点は、できるだけA駅に近いところを考えています。



鉄男さん

自転車での移動を考えたときのように、【図1】のダイヤグラムに新幹線の運行の様子を書き込んで考えてみるとよいと思います。

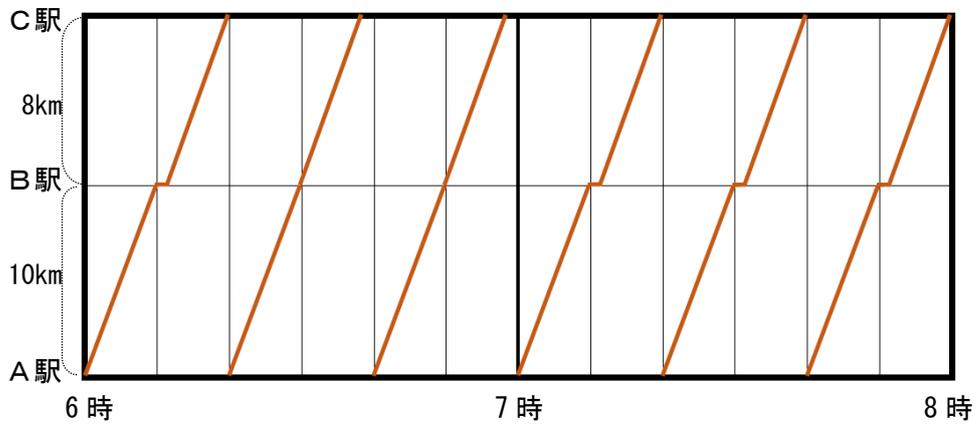


道子さん

そうだね。一次関数のグラフとして考え、 x と y を使って式に表して考えてみることにします。

6時から8時の間に、できるだけA駅に近い地点で、A駅からC駅に向かう新幹線が電車を追い抜くときの写真を撮るとき、その地点がA駅から何kmの地点かを求めましょう。

【図1】



中学校 数学 解答用紙

年	組	番	氏名
---	---	---	----

(1)	
(2)	求める方法
	回数 回
(3)	A 駅から k m 地点

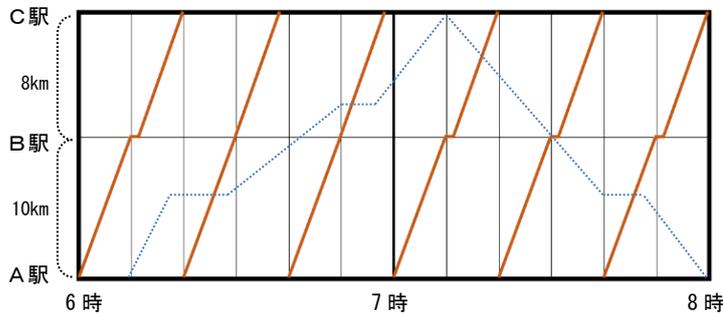
中学校 数学 解答例

年	組	番	氏名
---	---	---	----

(1)	工
(2)	求める方法 例 自転車の進む様子をダイヤグラムに書き込み、電車のダイヤグラムとの交点を数える。
	回数 5 回
(3)	A 駅から $\frac{15}{2}$ または 7.5 km 地点

<解説>

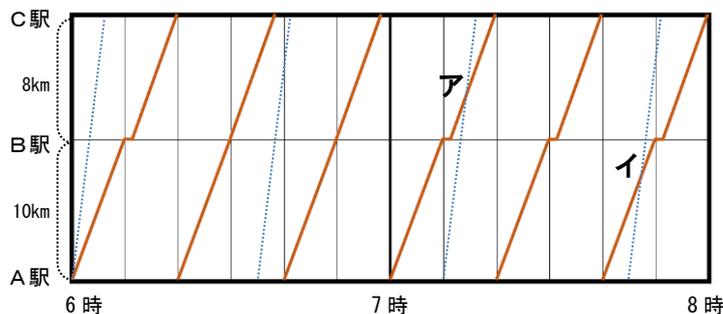
(2) 【図 1】のダイヤグラムに鉄男さんが自転車で進む様子を書き込む。(例：下図点線)



2つの直線の交点が、追い抜きや追い越しを表している。撮影のために止まる回数や、自転車の速さに関わらず、電車と自転車の様子を表すグラフの交点は5つになる。よって、5回。

(3) 【図 1】のダイヤグラムに新幹線の運行の様子を書き込むと、2か所(下図の**ア**、**イ**)で2つの直線が交わることから、新幹線が2回、電車を追い抜くことが分かる。

このとき、6時からの経過時間を x 分、A 駅からの距離を y km とした一次関数のグラフと



として考え、このうち、「できるだけA 駅に近い地点」という条件に合うのは**イ**なので、交点**イ**の y 座標を求めればよい。

イで交わるグラフの式は、6 時からの経過時間を x 分、A 駅からの距離を y km とすると、

電車が $y = x - 100$ 新幹線が $y = 3x - 315$ と表される。

連立方程式を解いて、 $y = 7.5$ ($\frac{15}{2}$) よって、7.5km ($\frac{15}{2}$ km)

<中学校 数学 解説>

設問 (1)

1 解説

趣旨

事象を理想化・単純化することで表された直線のグラフを、事象に即して解釈することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第2学年〕 C 関数

(1) 一次関数について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 一次関数として捉えられる二つの数量について、変化や対応の特徴を見だし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現すること。

(イ) 一次関数を用いて具体的な事象を捉え考察し表現すること。

■評価の観点

思考・判断・表現

解答類型

問題番号	解答類型	正答
(1)	ア と解答しているもの (電車の出発時刻)	
	イ と解答しているもの (電車の到着時刻)	
	ウ と解答しているもの (電車の走行距離)	
	エ と解答しているもの (電車の速さ)	◎
	上記以外の解答	
	無解答	

2 学習指導に当たって

○ 数学的に表現された結果を事象に即して解釈することができるようにする

数学的に表現された結果を事象に即して解釈することができるように指導することが大切である。その際、問題の中で理想化・単純化されているものを確認する場面を設定することが大切である。

誤答の中では、ウと解答した割合が多いことが予想される。実際の電車の運行のようすから一定のものを選んだものと考えられる。

本設問を使って授業を行う際には、ダイヤグラムは、電車の運行のようすを列車の速さが一定であると理想化・単純化して直線で表したものであると捉えることができるようにすることが大切である。その際、「ダイヤグラムの傾きは何を表しているか」を事象に即して解釈する場面を設定し、実際に走っている電車は駅での発着や減速、加速を繰り返しているが、このダイヤグラムで表されている電車は一定の速さで走っているとみなしていることを確認する場面を設定することが考えられる。

設問 (2)

1 解説

趣旨

事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第2学年〕 C 関数

(1) 一次関数について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(イ) 一次関数を用いて具体的な事象を捉え考察し表現すること。

■評価の観点

思考・判断・表現

解答類型

問題番号	解答類型	正答
(2)	(正答の条件) 次の①、②の両方を記述しているもの ① 【求める方法】 次の(a)、(b)について記述しているもの (a) 自転車の進むようすをダイヤグラムに書き込むこと (b) 書き込んだグラフと電車のダイヤグラムとの交点を数えること ② 【回数】 5回	
	(正答例) 【求める方法】 自転車の進むようすをダイヤグラムに書き込み、電車のダイヤグラムとの交点を数える。 【回数】 5回	
	①、②の両方を書いているもの	◎
	①は記述できているものの、②を誤って記述しているもの	
	②は記述できているものの、①の記述が不十分なもの	
	上記以外の解答	
無解答		

2 学習指導に当たって

○ 問題解決の方法を、数学的な表現を用いて説明できるようにする

2つの直線の交点を事象に即して解釈し、問題解決の方法を、数学的な表現を用いて説明できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、一次関数を用いて事象を捉えて考察するため、ダイヤグラムを参考にして、6時から x 分経過したときのA駅からの道のりを y kmとして、 x と y の関係をグラフに表す活動が考えられる。自転車の進むようすをグラフに書き入れ、電車に追い抜かれたりすれ違ったりする地点について説明する活動を取り入れることが大切である。その際、解決の方法として表現が不十分な説明を取り上げながら、十分な説明にしていく場面を設定することが考えられる。

設問 (3)

1 解説

趣旨

グラフから必要な情報を読み取り、事象を数学的に解釈することができるかどうかをみる。

■学習指導要領における領域・内容

〔第2学年〕 C 関数

(1) 一次関数について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 一次関数として捉えられる二つの数量について、変化や対応の特徴を見だし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現すること。

(イ) 一次関数を用いて具体的な事象を捉え考察し表現すること。

■評価の観点

思考・判断・表現

解答類型

問題番号	解答類型	正答
(3)	$\frac{15}{2}$ または 7.5 と解答しているもの	◎
	12 と解答しているもの	
	上記以外の解答	
	無解答	

2 学習指導に当たって

○ 2つの直線の交点を事象に即して解釈できるようにする

問題解決において用いる直線を事象に即して捉え直す活動を取り入れ、直線の交点を事象に即して解釈できるように指導することが大切である。

解答類型2は、新幹線の運行のようすをダイヤグラムにかき入れ、交点の座標を求めることができたものの、複数の交点の中から条件に合う地点を正しく考察できていなかったと考えられる。

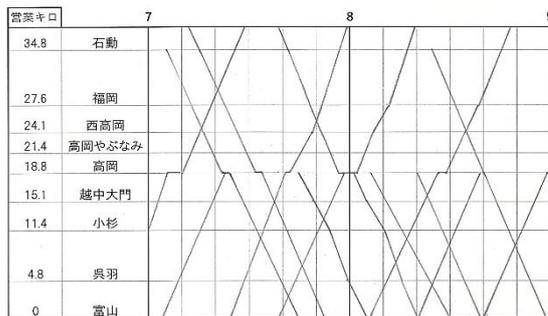
本設問を使って授業を行う際には、問題(2)と同様に、ダイヤグラムを参考にしてグラフに表し、一次関数として捉え、電車の運行のようすを表したグラフに、新幹線の運行のようすをダイヤグラムに書き入れ、条件に合う地点について調べる活動を取り入れることが考えられる。2つの直線の交点に着目し、その交点の y 座標が「A駅からの道のり」を表していることを確認することが大切である。また、交点の x 座標が「6時を基準とした経過時間」を表していることを確認するなど、発展的な学習を取り入れることも考えられる。

本設問を使った学習活動の例

【ダイヤグラムをもとにグラフに表し、条件に合う地点について調べる】



先生の先生 右のダイヤグラムは、あいの風とやま鉄道の電車の運行のようすを表したものです。電車の運行のようすが一目で分かるようになっていますね。



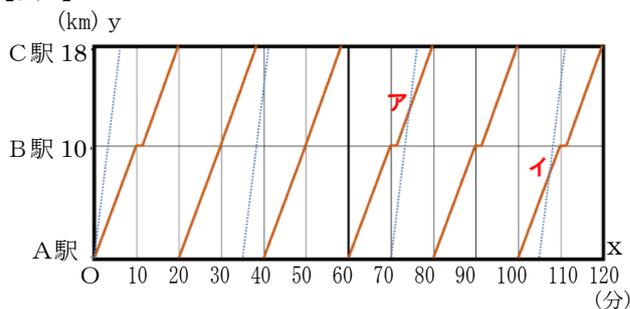
鉄男さん 新幹線の運行のようすを【図1】のダイヤグラムに書き入れるのはどうでしょうか。



道子さん 時刻表を見ると、新幹線は、6時から35分おきにA駅を出発していることが分かりました。

6時発の新幹線は、A駅を出発したあとはB駅には止まらず、6時6分にC駅に到着します。そのあとの新幹線もすべて、A駅を出発してから6分後にC駅に到着しているようです。

【図1】



鉄男さん ダイヤグラムは直線で表されているので、一次関数として考え、グラフや式を使って考えることができると思います。



道子さん 6時から x 分経過したときのA駅からの道のりを y kmとして、 x と y の関係を式に表すことができると思います。



先生 では、電車と新幹線の運行のようすを表したグラフを見て、気付いたことを発表しましょう。



道子さん 新幹線は、6時から8時までの間に4本走っていますが、電車を追い抜くのは2回だけということが分かりました。なぜかという、新幹線のグラフと電車のグラフが交わるところが、アとイの2か所あり、その交点が、新幹線が電車を追い抜くことを表しているからです。

【2つの直線の交点に着目し、その交点のy座標がA駅からの距離を表していることを確認する】



鉄男さん 道子さんが撮影地点は、できるだけA駅に近いところで撮影したいと言っていたので、イの交点のy座標について調べたらよいと思います。



先生 なぜ、交点アではなく、交点イについて調べたらよいのでしょうか。



鉄男さん 交点のy座標が、A駅からの距離を表しているからです。交点アとイを比べると、イのy座標のほうが小さいことが読み取れるので、イのほうがA駅に近いと考えました。



先生 交点の座標の求め方は覚えていますか。



鉄男さん 新幹線と電車のそれぞれの式をたててから、連立方程式を使って求めます。